

**UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD.
CURSO 2000-2001. MATEMÁTICAS II**

Instrucciones

- a) **Duración:** 1 hora y 30 minutos.
 b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
 c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
 d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
 e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x} & \text{si } x < 0 \\ 1 - mx - x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

(a) [1'25 puntos] Determina m sabiendo que f es derivable.

(b) [1'25 puntos] Calcula $\int_{-1}^1 f(x) dx$

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Un hilo de alambre de 1 m. De longitud se corta en dos trozos formando con uno una circunferencia y con el otro un cuadrado. Prueba que la suma de las áreas es mínima cuando el lado del cuadrado es el doble que el radio de la circunferencia.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Resuelve el sistema de ecuaciones, dado en forma matricial, $AX = -AX + B$ siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ y } X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4. Considra el plano $2x + y + 2z - 4 = 0$

(a) [1'75 puntos] Halla el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano dado con los ejes coordenados.

(b) [0'75 puntos] Calcula la distancia del origen al plano dado.

Opción B

Ejercicio 1. Considera la función $f: [0,4] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = \begin{cases} 4x & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{16}{(x+1)^2} & \text{si } 1 < x < 3 \\ 4-x & \text{si } 3 \leq x \leq 4 \end{cases}$

(a) [1 punto] Determina la gráfica de f .

(b) [1'5 puntos] Halla el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Considera la función $f: [0,3] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 3x - 2$. Calcula el punto de la gráfica de f mas cercano al punto $(2,6)$ y calcula también el mas alejado.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Determina todos los puntos del plano $2x - y + 2z - 1 = 0$ que equidistan de los puntos $A(3,0,-2)$ y $B(1,2,0)$. ¿Qué representa geoméricamente?

Ejercicio 4. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 1 & \lambda \\ 0 & \lambda & 1 \end{pmatrix}$

(a) [1 punto] Determina para que valores del parámetro λ la matriz A no tiene inversa.

(b) [1'5 puntos] Calcula, si es posible, la matriz inversa de A para $\lambda = -2$